4.3 En écrivant ces relations pour le champ $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ et le champ $\overrightarrow{\mathrm{E}}$, on obtient

$$\left\{\begin{aligned} \underline{\mathrm{A}}_3 &= \underline{\mathrm{A}}_1\,\mathrm{e}^{\underline{\gamma}\mathrm{D}} + \underline{\mathrm{A}}_2\,\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}\mathrm{D}} \\ j\,\omega\,\mathrm{D}\,\underline{\mathrm{A}}_3 &= \frac{\underline{\gamma}}{\mu_0\,\sigma}\left(\underline{\mathrm{A}}_1\,\mathrm{e}^{\underline{\gamma}\mathrm{D}} - \underline{\mathrm{A}}_2\,\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}\mathrm{D}}\right)\end{aligned}\right.$$

en remarquant que $j\,\omega\,\mu_0\,\sigma/\underline{\gamma} = \underline{\gamma}$, on peut réécrire ces équations sous la forme

$$\left\{\begin{aligned} \underline{\mathrm{A}}_3 &= \underline{\mathrm{A}}_1\,\mathrm{e}^{\underline{\gamma}\mathrm{D}} + \underline{\mathrm{A}}_2\,\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}\mathrm{D}} \\ \underline{\gamma}\,\mathrm{D}\underline{\mathrm{A}}_3 &= \underline{\mathrm{A}}_1\,\mathrm{e}^{\underline{\gamma}\mathrm{D}} - \underline{\mathrm{A}}_2\,\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}\mathrm{D}}\end{aligned}\right.$$

Il suffit ensuite de prendre la somme et la différence de ces équations pour obtenir les relations recherchées

$$\boxed{\left\{\begin{aligned} \underline{\mathrm{A}}_1 &= \frac{1+\underline{\gamma}\,\mathrm{D}}{2}\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}\mathrm{D}}\,\underline{\mathrm{A}}_3 \\ \underline{\mathrm{A}}_2 &= \frac{1-\underline{\gamma}\,\mathrm{D}}{2}\mathrm{e}^{+\underline{\gamma}\mathrm{D}}\,\underline{\mathrm{A}}_3\end{aligned}\right.}$$

4.4 La relation de passage s'écrit pour $x = \mathrm{D} + d$

$$\boxed{\mathrm{B}_0 = \underline{\mathrm{A}}_1\,\mathrm{e}^{\underline{\gamma}(\mathrm{D}+d)} + \underline{\mathrm{A}}_2\,\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}(\mathrm{D}+d)}}$$

> Attention à la définition de l'image complexe : le facteur $\sqrt{2}$ disparaît.

En utilisant les équations précédentes, on obtient

$$\mathrm{B}_0 = \frac{1}{2}\left[\left(1+\underline{\gamma}\,\mathrm{D}\right)\mathrm{e}^{\underline{\gamma}d} + \left(1-\underline{\gamma}\,\mathrm{D}\right)\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}d}\right]\underline{\mathrm{A}}_3$$

c'est-à-dire

$$\boxed{\underline{\mathrm{B}}_{\mathrm{i}} = \underline{\mathrm{A}}_3 = \frac{2\,\mathrm{B}_0}{\left[\left(1+\underline{\gamma}\,\mathrm{D}\right)\mathrm{e}^{\underline{\gamma}d} + \left(1-\underline{\gamma}\,\mathrm{D}\right)\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}d}\right]}}$$

4.5 Utilisons d'abord l'hypothèse $\alpha\mathrm{D} \gg 1$. Celle-ci permet d'écrire

$$\underline{\mathrm{B}}_{\mathrm{i}} = \frac{2\,\mathrm{B}_0}{\underline{\gamma}\,\mathrm{D}\left(\mathrm{e}^{\underline{\gamma}d} - \mathrm{e}^{-\underline{\gamma}d}\right)}$$

De plus, l'approximation $\alpha\,d \gg 1$ permet de négliger en module le terme en $\mathrm{e}^{-\underline{\gamma}\,d}$ devant celui en $\mathrm{e}^{+\underline{\gamma}\,d}$, car $\underline{\gamma}$ a une partie réelle positive. On obtient alors

$$\underline{\mathrm{B}}_{\mathrm{i}} = \frac{2\,\mathrm{B}_0}{\underline{\gamma}\,\mathrm{D}\,\mathrm{e}^{\underline{\gamma}\,d}}$$

puis

$$|\underline{\mathrm{B}}_{\mathrm{i}}| = \frac{2\,\mathrm{B}_0}{|\underline{\gamma}|\,\mathrm{D}}\left|\mathrm{e}^{-\alpha\,(1+j)\,d}\right|$$

ce qui donne

$$\boxed{\mathrm{B}_{\mathrm{i\,eff}} = \frac{\sqrt{2}\,\mathrm{B}_0}{\alpha\,\mathrm{D}}\,\mathrm{e}^{-\alpha d}}$$

4.6 *Application numérique* :

$$\boxed{\alpha = 3,8.10^3\ \mathrm{m}^{-1} \qquad \text{et} \qquad \delta = 0,27\ \mathrm{mm}}$$

4.7 On calcule

$$\boxed{a = \frac{\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{-\alpha d}}{\alpha\,\mathrm{D}}}$$

On en déduit

$$\boxed{d = -\delta\,\ln\left(\frac{a\,\alpha\,\mathrm{D}}{\sqrt{2}}\right) = 1,6\ \mathrm{mm}}$$

On a environ $d \approx 6\,\delta$, ce qui confirme l'approximation faite à la question 4.5 : on trouve un facteur d'environ 10^{-4} entre les valeurs des deux exponentielles au dénominateur.

4.8 Ces plaques auraient aussi bien pu être faites en cuivre, qui a d'ailleurs une conductivité environ deux fois supérieure. En revanche, les calculs effectués ici cessent d'être valable dans le cas du fer : il faut tenir compte de la réponse non-linéaire du matériau au champ magnétique appliqué.

> On peut négliger l'effet des non-linéarités des matériaux ferromagnétiques dans la mesure où le champ $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ dans les plaques est très faible devant le champ rémanent. Le cycle d'hystérésis du matériau se réduit alors à une droite, et la seule modification à faire dans les équations est d'ajouter un terme μ_{r} en facteur de μ_0, ce qui ne change pas la physique du système.
>
> En pratique, le fer et l'acier sont très utilisés pour faire des blindages.