
Constantes physiques

| | |
|--|---|
| Vitesse de la lumière | $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ |
| Charge élémentaire | $e = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ |
| Nombre d'Avogadro | $\mathcal{N}_A = 6,02204 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ |
| Constante gravitationnelle | $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$ |
| Constante des gaz parfaits | $R = 8,3144 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ |
| Constante de Faraday | $\mathcal{F} = 96\,484 \text{ C.mol}^{-1}$ |
| Constante de Boltzmann | $k_B = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ |
| Constante de Planck | $h = 6,62617 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ |
| Masse de l'électron | $m_e = 9,10953 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ |
| Masse du neutron | $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ |
| Masse du proton | $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ |
| Permittivité du vide | $\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ |
| Perméabilité du vide | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ |
| <hr/> | |
| Masse du Soleil | $1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ |
| Masse de la Terre | $5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ |
| Masse de la Lune | $7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ |
| Rayon du Soleil | 696 000 km |
| Rayon de la Terre (équateur) | 6 378,14 km |
| Rayon de la Lune (équateur) | 3 474,6 km |
| Distance Soleil-Terre (demi grand axe) | 149 597 870 km |
| Distance Terre-Lune (demi grand axe) | 384 400 km |

Constantes chimiques

I Principaux indicateurs colorés de pH

| | Couleur de la forme acide | Zone de virage | Couleur de la forme basique |
|----------------------------|------------------------------|-------------------|--------------------------------|
| rouge de métacrésol | rouge | 1,2 – 2,8 | jaune |
| hélianthine | rouge | 3,1 – 4,4 | jaune |
| vert de bromocrésol | jaune | 3,8 – 5,4 | bleu |
| rouge de chlorophénol | jaune | 4,8 – 6,4 | rouge |
| bleu de bromothymol | jaune | 6,0 – 7,6 | bleu |
| rouge neutre | rouge | 6,8 – 8,0 | jaune |
| rouge de crésol | jaune | 7,2 – 8,8 | rouge |
| phénolphtaléine | incolore | 8,2 – 10,0 | rouge violacé |
| jaune d'alizarine R | jaune | 10,0 – 12,1 | rouge |
| carmin d'indigo | bleu | 11,6 – 14 | jaune |

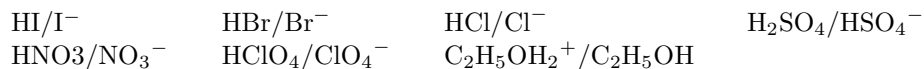
II Principaux indicateurs colorés rédox

| | Couleur de la forme oxydée | Potentiel standard à pH = 0 (en V) | Couleur de la forme réduite |
|--|-------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|
| Fe II, 1-10 phénanthroline | bleu pâle | 1,14 | rouge |
| Fe II, 2 – 2' bipyridyl | bleu très pâle | 1,02 | rouge |
| acide N phénylanthranilique | rouge pourpre | 0,89 | incolore |
| acide diphénylamine- sulfonique | rouge violet | 0,85 | incolore |
| diphénylamine | violet | 0,76 | incolore |
| empois d'amidon | bleu | 0,53 | incolore |
| bleu de méthylène | bleu | 0,52 | incolore |

III Valeurs de pKa les plus utiles

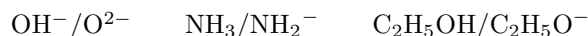
1 Acides nivelés

Dans les couples suivants, l'acide est nivelé (il n'existe pas dans l'eau) et la base est indifférente (elle n'a pas d'action sur l'eau).



2 Bases nivelées

Dans les couples suivants, la base est nivelée (elle n'existe pas dans l'eau) et l'acide est indifférent (il n'a pas d'action sur l'eau).



3 Couples acide faible / base faible

| | Acide | pKa | Base | |
|--------------------|--|------|--|-----------------|
| | H ₂ O | 14 | OH ⁻ | |
| | HS ⁻ | 13,0 | S ²⁻ | |
| | HPO ₄ ²⁻ | 12,7 | PO ₄ ³⁻ | ion phosphate |
| | HCO ₃ ⁻ | 10,2 | CO ₃ ²⁻ | ion carbonate |
| phénol | C ₆ H ₅ OH | 9,9 | C ₆ H ₅ O ⁻ | ion phénolate |
| ion ammonium | NH ₄ ⁺ | 9,2 | NH ₃ | ammoniac |
| acide hypobromeux | HBrO | 8,7 | BrO ⁻ | ion hypobromite |
| | H ₂ PO ₄ ⁻ | 7,2 | HPO ₄ ²⁻ | |
| acide sulfhydrique | H ₂ S | 7,0 | HS ⁻ | |
| | H ₂ CO ₃ | 6,4 | HCO ₃ ⁻ | |
| | CH ₃ COOH | 4,7 | CH ₃ COO ⁻ | |
| | C ₆ H ₅ COOH | 4,2 | C ₆ H ₅ COO ⁻ | ion benzoate |
| acide nitreux | HNO ₂ | 3,4 | NO ₂ ⁻ | ion nitrite |
| acide phosphorique | H ₃ PO ₄ | 2,1 | H ₂ PO ₄ ⁻ | |
| | HSO ₄ ⁻ | 1,9 | SO ₄ ²⁻ | |
| acide picrique | (NO ₂) ₃ C ₆ H ₂ OH | 0,4 | (NO ₂) ₃ C ₆ H ₂ O ⁻ | ion picrate |
| ion hydronium | H ₃ O ⁺ | 0 | H ₂ O | |
| EDTA | H ₄ Y | 2,0 | H ₃ Y ⁻ | |
| | H ₃ Y ⁻ | 2,7 | H ₂ Y ²⁻ | |
| | H ₂ Y ²⁻ | 6,2 | HY ³⁻ | |
| | HY ³⁻ | 10,2 | Y ⁴⁻ | |

IV Potentiels standard des couples rédox courants

Les potentiels (en V) sont mesurés à pH = 0 par rapport à l'E.S.H.

| | | | |
|---|-------|---|-------|
| $\text{Ag}^+/\text{Ag}_{(s)}$ | 0,80 | $\text{I}_{2(s)}/\text{I}^-$ | 0,53 |
| $\text{Al}^{3+}/\text{Al}_{(s)}$ | -1,66 | $\text{K}^+/\text{K}_{(s)}$ | -2,93 |
| $\text{Ba}^{2+}/\text{Ba}_{(s)}$ | -2,90 | $\text{Li}^+/\text{Li}_{(s)}$ | -3,03 |
| $\text{Be}^{2+}/\text{Be}_{(s)}$ | -1,85 | $\text{Mg}^{2+}/\text{Mg}_{(s)}$ | -2,37 |
| $\text{Br}_{2(l)}/\text{Br}^-$ | 1,06 | $\text{Mn}^{2+}/\text{Mn}_{(s)}$ | -1,19 |
| $\text{BrO}_3^-/\text{Br}_{2(l)}$ | 1,52 | $\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}$ | 1,51 |
| $\text{Ca}^{2+}/\text{Ca}_{(s)}$ | -2,87 | $\text{MnO}_{2(s)}/\text{Mn}^{2+}$ | 1,23 |
| $\text{Cd}^{2+}/\text{Cd}_{(s)}$ | -0,40 | $\text{HNO}_2/\text{NO}_{(g)}$ | 0,99 |
| $\text{Cl}_{2(g)}/\text{Cl}^-$ | 1,40 | $\text{NO}_3^-/\text{HNO}_2$ | 0,94 |
| $\text{HClO}_2/\text{HClO}$ | 1,64 | $\text{Na}^+/\text{Na}_{(s)}$ | -2,70 |
| $\text{HClO}/\text{Cl}_{2(g)}$ | 1,63 | $\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}_{(s)}$ | -0,23 |
| $\text{ClO}_4^-/\text{ClO}_3^-$ | 1,19 | $\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ | 1,77 |
| $\text{Cr}^{3+}/\text{Cr}^{2+}$ | -0,41 | $\text{H}_3\text{PO}_4/\text{H}_3\text{PO}_3$ | -0,28 |
| $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}$ | 1,33 | $\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}_{(s)}$ | -0,13 |
| $\text{Cs}^+/\text{Cs}_{(s)}$ | -2,95 | $\text{PbSO}_4(s)/\text{Pb}_{(s)}$ | -0,36 |
| $\text{Cu}^+/\text{Cu}_{(s)}$ | 0,52 | $\text{PbO}_{2(s)}/\text{Pb}^{2+}$ | 1,47 |
| $\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}_{(s)}$ | 0,34 | $\text{PbO}_{2(s)}/\text{PbSO}_4(s)$ | 1,69 |
| $\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}_{(s)}$ | -0,44 | $\text{HSO}_4^-/\text{H}_2\text{S}_{(g)}$ | 0,32 |
| $\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$ | 0,77 | $\text{HSO}_4^-/\text{SO}_{2(g)}$ | 0,14 |
| $\text{H}^+/\text{H}_{2(g)}$ | 0,00 | $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ | 0,09 |
| $\text{Hg}_2^{2+}/\text{Hg}_{(l)}$ | 0,79 | $\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}_{(s)}$ | -0,14 |
| $\text{Hg}_2\text{Cl}_{2(s)}/\text{Hg}_{(l)}$ | 0,27 | $\text{Sn}^{4+}/\text{Sn}^{2+}$ | 0,14 |
| $\text{Hg}^{2+}/\text{Hg}_2^{2+}$ | 0,91 | $\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}_{(s)}$ | -0,76 |

Formulaire d'analyse vectorielle

I Les systèmes de coordonnées

1 Élément de volume

| Coordonnées | $d\tau$ |
|--------------|---|
| cartésiennes | $dx \times dy \times dz$ |
| cylindriques | $dr \times r d\theta \times dz$ |
| sphériques | $dr \times r d\theta \times r \sin \theta d\varphi$ |

2 Dérivation des vecteurs de la base

- En coordonnées cartésiennes, les vecteurs de base sont constants : leurs dérivées par rapport à t sont nulles.
- En coordonnées cylindriques :

$$\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta} \vec{u}_\theta \quad \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta} \vec{u}_r \quad \frac{d\vec{u}_z}{dt} = \vec{0}$$

- En coordonnées sphériques, la dérivation n'est pas utilisée car les dérivées ne sont pas simples.

II Expressions des différentielles

| Coordonnées | dF |
|--------------|---|
| cartésiennes | $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right) dz$ |
| cylindriques | $\left(\frac{\partial F}{\partial r}\right) dr + \left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right) d\theta + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right) dz$ |
| sphériques | $\left(\frac{\partial F}{\partial r}\right) dr + \left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right) d\theta + \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi}\right) d\varphi$ |

III Expressions des opérateurs

1 Le gradient

| Coordonnées | $\vec{\text{grad}} f$ |
|--------------|---|
| cartésiennes | $\frac{\partial f}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$ |
| cylindriques | $\frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$ |
| sphériques | $\frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$ |

2 La divergence

| Coordonnées | $\operatorname{div} \vec{F}$ | | |
|--------------|--|---|--|
| cartésiennes | $\frac{\partial F_x}{\partial x}$ | + | $\frac{\partial F_y}{\partial y}$ + $\frac{\partial F_z}{\partial z}$ |
| cylindriques | $\frac{1}{r} \frac{\partial(rF_r)}{\partial r}$ | + | $\frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}$ + $\frac{\partial F_z}{\partial z}$ |
| sphériques | $\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r}$ | + | $\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(F_\theta \sin \theta)}{\partial \theta}$ + $\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$ |

3 Le rotationnel

| Coordonnées | $\operatorname{rot} \vec{F}$ |
|--------------|---|
| cartésiennes | $\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) \vec{e}_z$ |
| cylindriques | $\frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial(rF_\theta)}{\partial z}\right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right) \vec{e}_z$ |
| sphériques | $\frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial(F_\varphi r \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial(rF_\theta)}{\partial \varphi}\right) \vec{e}_r$ $+ \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial(F_\varphi r \sin \theta)}{\partial r}\right) \vec{e}_\theta$ $+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right) \vec{e}_\varphi$ |

4 Le laplacien

| Coordonnées | Δf |
|--------------|---|
| cartésiennes | $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ |
| cylindriques | $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ |
| sphériques | $\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(rf) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \times \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$ |

5 Le laplacien vectoriel

Le laplacien vectoriel est défini par la relation :

$$\Delta \vec{F} = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\operatorname{div} \vec{F}) - \overrightarrow{\operatorname{rot}}(\operatorname{rot} \vec{F})$$

Il ne s'exprime simplement qu'en coordonnées cartésiennes :

$$\Delta \vec{F}(x, y, z, t) = \Delta F_x \vec{e}_x + \Delta F_y \vec{e}_y + \Delta F_z \vec{e}_z$$

IV Relations entre les opérateurs

Relations de compositions entre opérateurs :

$$\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{F}) = 0$$

$$\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} f) = \Delta f$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} f) = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{F}) = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\operatorname{div} \vec{F}) - \Delta \vec{F}$$

Relations de composition entre arguments :

$$\overrightarrow{\operatorname{grad}}(fg) = f \overrightarrow{\operatorname{grad}} g + g \overrightarrow{\operatorname{grad}} f$$

$$\operatorname{div}(f \vec{F}) = f \operatorname{div} \vec{F} + \vec{F} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} f$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(f \vec{F}) = f \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{F} + (\overrightarrow{\operatorname{grad}} f) \wedge \vec{F}$$

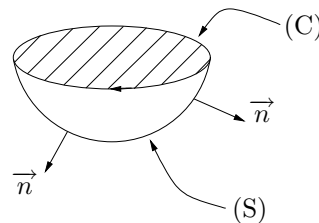
$$\operatorname{div}(\vec{F} \wedge \vec{G}) = \vec{G} \cdot \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{F} - \vec{F} \cdot \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{G}$$

V Les théorèmes d'analyse

1 Le théorème de Stokes

Ce théorème permet de ramener le calcul d'une circulation le long d'un contour fermé à une intégration sur une surface, ce qui peut être plus simple (par exemple en choisissant pour surface une demi-sphère).

On considère un concours fermé (C) sur lequel on choisit un sens de parcours arbitraire. On note (S) une surface s'appuyant sur (C). En un point de (S), on oriente le vecteur normal unitaire \vec{n} selon la règle du tire-bouchon :

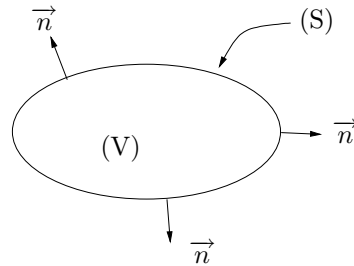


En notant $\oint_{(C)} \vec{f} \cdot d\vec{\ell}$ la circulation de \vec{f} sur le contour (C), le théorème de Stokes donne :

$$\oint_{(C)} \vec{f} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{(S)} \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{f} \cdot d\vec{S}$$

2 Le théorème de Green-Ostrogradski

Ce théorème permet de ramener un calcul sur une surface à un calcul sur un volume. On considère une surface fermée (S) limitant un volume (V). Par convention, le vecteur unitaire \vec{n} normal à (S) est choisi *sortant*.



En notant $\oint_{(S)} \vec{F} \cdot \vec{dS}$ le flux de \vec{F} sortant de la surface fermée (S), le théorème de Green-Ostrogradski donne :

$$\oint_{(S)} \vec{F} \cdot \vec{dS} = \iiint_{(V)} \operatorname{div} \vec{F} \, dV$$

3 Les corollaires

Les notations sont les mêmes que précédemment.

$$\text{Formule de Kelvin} \quad \oint_{(C)} f \, d\vec{\ell} = - \iint_{(S)} \overrightarrow{\operatorname{grad} f} \wedge \vec{dS}$$

$$\text{Formule du gradient} \quad \oint_{(S)} f \, \vec{dS} = \iiint_{(V)} \overrightarrow{\operatorname{grad} f} \, dV$$

$$\text{Formule du rotationnel} \quad \oint_{(S)} \vec{dS} \wedge \vec{F} = \iiint_{(V)} \overrightarrow{\operatorname{rot} \vec{F}} \, dV$$

